

Đáp án thi GHK I/2011-2012
Môn : Thiết kế – chế tạo bằng MT

Câu 1: (4 điểm) Mô hình đường cong Ferguson– hãy nêu

- nguyên lý dựng hình Ferguson
- xác lập phương trình đường cong Ferguson bậc 3 dưới dạng ma trận cơ sở và hàm nội suy Hermite– nêu ý nghĩa của mỗi dạng phương trình.
Lưu ý: vẽ hình minh họa cho các đường cong.

Nguyên lý dựng hình đường cong Ferguson (1 điểm)

Sinh viên nêu rõ nguyên lý dựng hình đường cong Ferguson dựa trên hai điểm điều khiển đầu và cuối (P_0, P_1), và vectơ tiếp tuyến tại hai điểm đầu và cuối (t_0, t_1).

Phương trình đường cong bậc 3 tổng quát

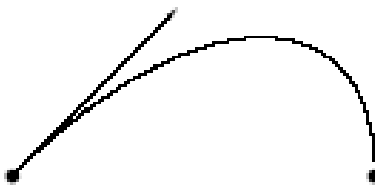
$$\mathbf{r}(u) = \mathbf{a} + \mathbf{b}u + \mathbf{c}u^2 + \mathbf{d}u^3 = \begin{bmatrix} 1 & u & u^2 & u^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} & \mathbf{c} & \mathbf{d} \end{bmatrix}^T = \mathbf{U} \mathbf{A}; \quad 0 \leq u \leq 1.$$

Với nguyên lý dựng hình được thiết lập:

$$P_0 = \mathbf{r}(0); P_1 = \mathbf{r}(1); \mathbf{t}_0 = d\mathbf{r}/du|_{u=0} \text{ and } \mathbf{t}_1 = d\mathbf{r}/du|_{u=1}.$$

$$d\mathbf{r}/du = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}u + 3\mathbf{d}u^2.$$

Vẽ hình minh họa đường cong Ferguson



Xác lập phương trình đường cong Ferguson bậc 3 dưới dạng ma trận cơ sở và hàm nội suy Hermite– nêu ý nghĩa của mỗi dạng phương trình (3 điểm)

Phương trình đường cong bậc 3 dạng ma trận như sau:

$$\mathbf{r}(u) = \mathbf{U} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & u & u^2 & u^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{c} \\ \mathbf{d} \end{bmatrix}$$

Từ nguyên lý dựng hình ta có:

$$\mathbf{a} = P_0$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{t}_0$$

$$\mathbf{c} = -3P_0 + 3P_1 - 2\mathbf{t}_0 - \mathbf{t}_1$$

$$\mathbf{d} = 2P_0 - 2P_1 + \mathbf{t}_0 + \mathbf{t}_1$$

Qua các phép biến đổi ta được đường cong bậc 3 dạng ma trận cơ sở theo các điều kiện của đường cong Ferguson.

$$r(u) = UA = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & u & u^2 & u^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ t_0 \\ t_1 \end{bmatrix} = UCS$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ma trận C gọi là ma trận hệ số Ferguson.

Ý nghĩa của đường cong Ferguson là dễ dàng tính toán các giá trị tọa độ và các đường tiếp tuyến.

Hàm kết nối Hermite

Từ phương trình Ferguson tiến hành nhân ma trận ta có:

$$r(u) = (U.C).S = (1-3u^2 + 2u^3)P_0 + (3u^2 - 2u^3)P_1 + (u-2u^2 + u^3)t_0 + (-u^2 + u^3)t_1$$

$$= H^3_0(u)P_0 + H^3_1(u)t_0 + H^3_2(u)t_1 + H^3_3(u)P_1$$

Trong đó :

$$H^3_0(u) = 1 - 3u^2 + 2u^3$$

$$H^3_1(u) = u - 2u^2 + u^3$$

$$H^3_2(u) = -u^2 + u^3$$

$$H^3_3(u) = 3u^2 - 2u^3$$

$H^3_i(u)$ gọi là hàm kết nối Hermite bậc 3, thỏa điều kiện tại $u=0,1$ như sau:

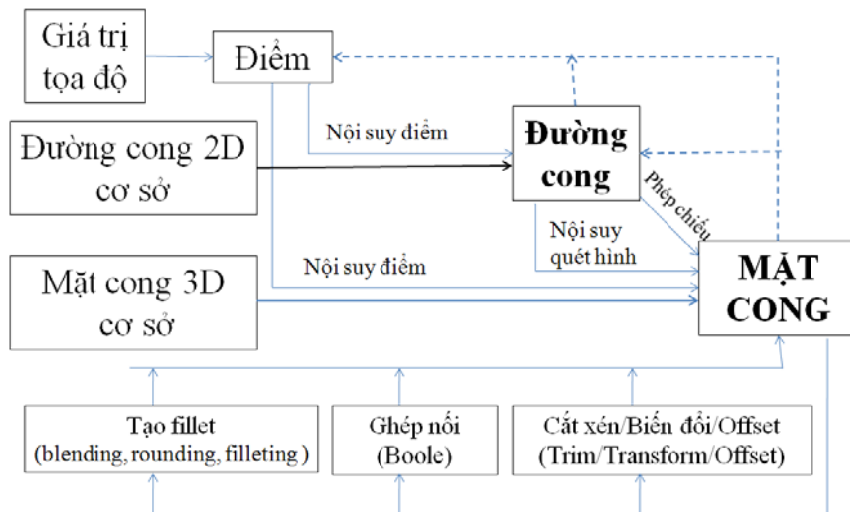
$$H^3_0(0) = H^3_3(1) = \dot{H}^3_1(0) = \dot{H}^3_2(1) = 1$$

$$H^3_0(1) = H^3_3(0) = \dot{H}^3_1(1) = \dot{H}^3_2(0) = 0$$

$$\dot{H}^3_0(j) = \dot{H}^3_3(j) = H^3_1(j) = H^3_2(j) = 0, j = 0,1$$

Câu 2: Vẽ và giải thích sơ đồ phương pháp mô hình hóa mặt cong

Sinh viên vẽ đúng sơ đồ (1 điểm)



Giải thích các phương pháp tạo hình mặt cong từ sơ đồ(1 điểm)

Câu 3: (4 điểm) Cho tứ giác ABCD và điểm E có tọa độ như sau A(10,10), B(40,10), C(50,30) D(20,60) và E(30,30). Hãy xác định tọa độ của ABCD và E sau khi:

- tịnh tiến với vector tịnh tiến là $(-30,10)$ và sau đó xoay một góc 45^0 quanh tọa độ $(0,0)$, vẽ hình minh họa.
- xoay một góc 45^0 quanh tọa độ $(0,0)$ và sau đó tịnh tiến với vector tịnh tiến là $(-30,10)$, vẽ hình minh họa.

Tịnh tiến với vector tịnh tiến là $(-30,10)$ và sau đó xoay một góc 45^0 quanh tọa độ $(0,0)$, vẽ hình minh họa.

Kết quả mỗi tọa độ đúng được 0,3 điểm

Kết quả tọa độ:

$A''(-20\sqrt{2}, 0)$; $B''(-5\sqrt{2}, 15\sqrt{2})$; $C''(-10\sqrt{2}, 30\sqrt{2})$ $D''(-40\sqrt{2}, 30\sqrt{2})$; $E''(-20\sqrt{2}, 20\sqrt{2})$

Vẽ hình minh họa đúng được 0,5 điểm

Xoay một góc 45^0 quanh tọa độ $(0,0)$ và sau đó tịnh tiến với vector tịnh tiến là $(-30,10)$, vẽ hình minh họa.

Kết quả mỗi tọa độ đúng được 0,3 điểm

Kết quả tọa độ:

$A''(-30, 10+10\sqrt{2})$; $B''(15\sqrt{2}-30, 10+25\sqrt{2})$; $C''(10\sqrt{2}-30, 10+40\sqrt{2})$;

$D''(-20\sqrt{2}-30, 10+40\sqrt{2})$; $E''(-30, 10+30\sqrt{2})$;

Vẽ hình minh họa đúng được 0,5 điểm

CB làm đáp án

Lê Quang Bình