Khoa Cơ Khí
Bm Cơ Điện Tử

ĐÁP ÁN ĐỀ THI CUỐI HỌC KỲ

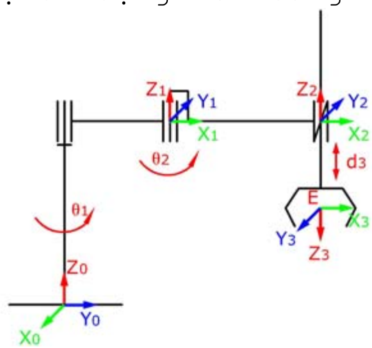
Môn **ROBOT CÔNG NGHIỆP**

Ngày thi 17/6/2011- Soạn đáp án: TS Phan Tấn Tùng

Câu		Nội dung	Điểm
1		Ma trận quay quanh trục Y góc $\theta=90^0$ $Rot(Y,\theta)=\begin{bmatrix}\cos\theta & 0 & \sin\theta\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 0\end{bmatrix}$	0.25
		Ma trận quay quanh trục Z góc $\phi=-60^0$ $Rot(Z,\phi)=\begin{bmatrix}\cos\phi & -\sin\phi & 0\\ \sin\phi & \cos\phi & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.5 & \sqrt{3}/2 & 0\\ -\sqrt{3}/2 & 0.5 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.5 & 0.866 & 0\\ -0.866 & 0.5 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$	0.25
		Ma trận quay quanh trục X góc $\psi=30^0$ $Rot(X,\psi)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\psi & -\sin\psi\\ 0 & \sin\psi & \cos\psi\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \sqrt{3}/2 & -0.5\\ 0 & 0.5 & \sqrt{3}/2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0.866 & -0.5\\ 0 & 0.5 & 0.866\end{bmatrix}$	0.25
	a	Ma trận quay quanh tổng thể ${}^0R_1=Rot(X,\psi).Rot(Z,\phi).Rot(Y,\theta)$ ${}^0R_1=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \sqrt{3}/2 & -0.5\\ 0 & 0.5 & \sqrt{3}/2\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}0.5 & \sqrt{3}/2 & 0\\ -\sqrt{3}/2 & 0.5 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 0\end{bmatrix}$ ${}^0R_1=\begin{bmatrix}0 & \sqrt{3}/2 & 0.5\\ 0.5 & \sqrt{3}/4 & -0.75\\ -\sqrt{3}/2 & 0.25 & -\sqrt{3}/4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0.866 & 0.5\\ 0.5 & 0.433 & -0.75\\ -0.866 & 0.25 & -0.433\end{bmatrix}$	0.5
		Tọa độ điểm A trong hệ cố định sau 3 phép quay ${}^0p_A={}^0R_1.{}^1p_A=\begin{bmatrix}0 & \sqrt{3}/2 & 0.5\\ 0.5 & \sqrt{3}/4 & -0.75\\ -\sqrt{3}/2 & 0.25 & -\sqrt{3}/4\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}3\\ 2\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.5+\sqrt{3}\\ 0.75+\sqrt{3}/2\\ 0.5-7\sqrt{3}/4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2.232\\ 1.616\\ -2.531\end{bmatrix}$	0.5
	b	Góc quay tương đương ν $\vartheta=\cos^{-1}\left(\frac{r_{11}+r_{22}+r_{33}-1}{2}\right)=\cos^{-1}\left(\frac{0+\sqrt{3}/4-\sqrt{3}/4-1}{2}\right)=120^0$ (hoặc $\vartheta=-120^0$ thì trục quay tương đương là -r)	0.5

<table>
<tr><td></td><td></td><td>Vector trục quay tương đương

$$ {}^{0}r=\begin{bmatrix}{}^{0}r_x\\ {}^{0}r_y\\ {}^{0}r_z\end{bmatrix}=\frac{1}{2\sin\upsilon}\begin{bmatrix}r_{32}-r_{23}\\ r_{13}-r_{31}\\ r_{21}-r_{12}\end{bmatrix}=\frac{1}{2\sin 120^{0}}\begin{bmatrix}0.25-(-0.75)\\ 0.5-\left(-\sqrt{3}/2\right)\\ 0.5-\left(\sqrt{3}/2\right)\end{bmatrix}=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1\\ \frac{1+\sqrt{3}}{2}\\ \frac{1-\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.577\\ 0.789\\ -0.211\end{bmatrix} $$</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>2</td><td>a</td><td>Đặt các hệ tọa độ di động lên từng khâu



Lưu ý: Có thể không vẽ trục Y trong các hệ tọa độ</td><td>Hệ 1
0.25

Hệ 2
0.25

Hệ 3
0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>b</td><td>Bảng thông số DH
<table>
<tr><td>Khâu</td><td>a_i</td><td>α_i</td><td>d_i</td><td>θ_i</td></tr>
<tr><td>1</td><td>L_1</td><td>0</td><td>H</td><td>θ_1^*</td></tr>
<tr><td>2</td><td>L_2</td><td>0</td><td>0</td><td>θ_2^*</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0</td><td>180^0</td><td>d_3^*</td><td>0</td></tr>
</table></td><td>0.25
0.25
0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>c</td><td>Ma trận chuyển đổi hệ 1 về hệ 0

$$ {}^{0}T_1=\begin{bmatrix}C_{\theta1} & -S_{\theta1}C_{\alpha1} & S_{\theta1}S_{\alpha1} & a_1C_{\theta1}\\ S_{\theta1} & C_{\theta1}C_{\alpha1} & -C_{\theta1}S_{\alpha1} & a_1S_{\theta1}\\ 0 & S_{\alpha1} & C_{\alpha1} & d_1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_1 & -S_1 & 0 & L_1C_1\\ S_1 & C_1 & 0 & L_1S_1\\ 0 & 0 & 1 & H\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} $$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Ma trận chuyển đổi hệ 2 về hệ 1

$$ {}^{1}T_2=\begin{bmatrix}C_{\theta2} & -S_{\theta2}C_{\alpha2} & S_{\theta2}S_{\alpha2} & a_2C_{\theta2}\\ S_{\theta2} & C_{\theta2}C_{\alpha2} & -C_{\theta2}S_{\alpha2} & a_2S_{\theta2}\\ 0 & S_{\alpha2} & C_{\alpha2} & d_2\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_2 & -S_2 & 0 & L_2C_2\\ S_2 & C_2 & 0 & L_2S_2\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} $$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Ma trận chuyển đổi hệ 3 về hệ 2

$$ {}^{2}T_3=\begin{bmatrix}C_{\theta3} & -S_{\theta3}C_{\alpha3} & S_{\theta3}S_{\alpha3} & a_3C_{\theta3}\\ S_{\theta3} & C_{\theta3}C_{\alpha3} & -C_{\theta3}S_{\alpha3} & a_3S_{\theta3}\\ 0 & S_{\alpha3} & C_{\alpha3} & d_3\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & d_3\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} $$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>d</td><td>Ma trận chuyển đổi tổng thể hệ 3 về hệ 0

$$ {}^{0}T_3={}^{0}T_1.{}^{1}T_2.{}^{2}T_3=\begin{bmatrix}C_1 & -S_1 & 0 & L_1C_1\\ S_1 & C_1 & 0 & L_1S_1\\ 0 & 0 & 1 & H\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}C_2 & -S_2 & 0 & L_2C_2\\ S_2 & C_2 & 0 & L_2S_2\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & d_3\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} $$</td><td></td></tr>
</table>

		$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & L_1C_1 + L_2C_{12} \\ S_{12} & C_{12} & 0 & L_1S_1 + L_2S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{12} & S_{12} & 0 & L_1C_1 + L_2C_{12} \\ S_{12} & -C_{12} & 0 & L_1S_1 + L_2S_{12} \\ 0 & 0 & -1 & d_3 + H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$	0.5
	e	Tọa độ điểm E khi $\theta_1 = 45^0$; $\theta_2 = -45^0$; $d_2 = -0.15m$ $${}^0p_E = {}^0T_3 . {}^3p_E = \begin{bmatrix} C_{12} & S_{12} & 0 & L_1C_1 + L_2C_{12} \\ S_{12} & -C_{12} & 0 & L_1S_1 + L_2S_{12} \\ 0 & 0 & -1 & d_3 + H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} {}^3x_E \\ {}^3y_E \\ {}^3z_E \\ 1 \end{bmatrix}$$ $${}^0p_E = \begin{bmatrix} C_{12} & S_{12} & 0 & L_1C_1 + L_2C_{12} \\ S_{12} & -C_{12} & 0 & L_1S_1 + L_2S_{12} \\ 0 & 0 & -1 & d_3 + H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1C_1 + L_2C_{12} \\ L_1S_1 + L_2S_{12} \\ d_3 + H \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3414 \\ 0.1414 \\ 0.05 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2+\sqrt{2}}{10} \\ \frac{\sqrt{2}}{10} \\ 0.05 \\ 1 \end{bmatrix} (m)$$	0.5
	f	Ma trận Jacobian $$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_2} & \frac{\partial p_x}{\partial d_3} \\ \frac{\partial p_y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial p_y}{\partial d_3} \\ \frac{\partial p_z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_2} & \frac{\partial p_z}{\partial d_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_1S_1 - L_2S_{12} & -L_2S_{12} & 0 \\ L_1C_1 + L_2C_{12} & L_2C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$	0.5
	g	Vector biến khớp $q = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad d_3]^T$ Vector vận tốc dài của điểm E $${}^0v_E = \begin{bmatrix} {}^0v_{Ex} \\ {}^0v_{Ey} \\ {}^0v_{Ez} \end{bmatrix} = J\dot{q} = \begin{bmatrix} -L_1S_1 - L_2S_{12} & -L_2S_{12} & 0 \\ L_1C_1 + L_2C_{12} & L_2C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(L_1S_1 + L_2S_{12})\theta_1 - L_2S_{12}\theta_2 \\ (L_1C_1 + L_2C_{12})\theta_1 + L_2C_{12}\theta_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$$	0.25
	h	Vector lực tác động tại E $F = [0 \quad 0 \quad -F]^T$ Lực và mômen tại các khớp $$\tau = J^T F = \begin{bmatrix} -(L_1S_1 + L_2S_{12}) & L_1C_1 + L_2C_{12} & 0 \\ -L_2S_{12} & L_2C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F \end{bmatrix}$$ Mômen tại khớp 1 $\tau_1 = 0\ Nm$ Mômen tại khớp 1 $\tau_2 = 0\ Nm$ Lực tại khớp 3 $f_3 = -F = -100N$	0.25
	i	Qui hoạch quĩ đạo Chọn hàm X(t) là hàm bậc 3 theo thời gian $X(t) = a_x + b_x(t - t_0) + c_x(t - t_0)^2 + d_x(t - t_0)^3$ do $t_0 = 0$ nên $X(t) = a_x + b_x t + c_x t^2 + d_x t^3$ Đạo hàm $\dot{X}(t) = b_x + 2c_x t + 3d_x t^2$ Khi t=0s thì $X(t) = a_x + b_x 0 + c_x 0^2 + d_x 0^3 = 0.2 \quad \Rightarrow \quad a_x = 0.2$ Khi t=0s thì v=0 nên $\dot{X}(t) = b_x + 2c_x 0 + 3d_x 0^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad b_x = 0$	

		Khi t=10s thì $X(t)=0.2+c_x 10^2+d_x 10^3=0.2 \quad \Rightarrow \quad c_x=0$ Khi t=10s thì v=0 nên $\dot{X}(t)=2c_x 10+3d_x 10^2=0 \quad \Rightarrow \quad d_x=0$ Vậy $X(t)=0.2$	0.25
		Chọn hàm Y(t) là hàm bậc 3 theo thời gian $Y(t)=a_y+b_y t+c_y t^2+d_y t^3$ Đạo hàm $\dot{Y}(t)=b_y+2c_y t+3d_y t^2$ Khi t=0s thì $Y(t)=a_y+b_y 0+c_y 0^2+d_y 0^3=0.15 \quad \Rightarrow \quad a_y=0.15$ Khi t=0s thì v=0 nên $\dot{Y}(t)=b_y+2c_y 0+3d_y 0^2=0 \quad \Rightarrow \quad b_y=0$ Khi t=10s thì $Y(t)=0.15+c_y 10^2+d_y 10^3=0 \quad \Rightarrow \quad c_y=-0.0045$ Khi t=10s thì v=0 nên $\dot{Y}(t)=2c_y 10+3d_y 10^2=0 \quad \Rightarrow \quad d_y=0.0003$ Vậy $Y(t)=0.15-0.0045\,t^2+0.0003\,t^3$	0.25
		Chọn hàm Z(t) là hàm bậc 3 theo thời gian $Z(t)=a_z+b_z t+c_z t^2+d_z t^3$ Đạo hàm $\dot{Z}(t)=b_z+2c_z t+3d_z t^2$ Khi t=0s thì $Z(t)=a_z+b_z 0+c_z 0^2+d_z 0^3=0.1 \quad \Rightarrow \quad a_z=0.1$ Khi t=0s thì v=0 nên $\dot{Z}(t)=b_z+2c_z 0+3d_z 0^2=0 \quad \Rightarrow \quad b_z=0$ Khi t=10s thì $Z(t)=0.1+c_z 10^2+d_z 10^3=0.15 \quad \Rightarrow \quad c_z=0.0015$ Khi t=10s thì v=0 nên $\dot{Z}(t)=2c_z 10+3d_z 10^2=0 \quad \Rightarrow \quad d_z=-0.0001$ Vậy $Z(t)=0.1+0.0015t^2-0.0001t^3$	0.25
3		Gọi 3 thành phần chưa biết là a,b,c ${}^R\mathbf{T}_A=\begin{bmatrix} a & 0 & 1 & 5 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ c & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ vậy ma trận quay là ${}^R R_A=\begin{bmatrix} a & 0 & 1 \\ b & 0 & 0 \\ c & -1 & 0 \end{bmatrix}$ Do ma trận quay là ma trận trực chuẩn nên	0.5
		$u.v=0$ nên $a.0+b.0+c.(-1)=0 \quad \Rightarrow c=0$	0.5
		$u.w=0$ nên $a.1+b.0+c.0=0 \quad \Rightarrow a=0$	0.5
		$\vec{u}\times\vec{v}=\vec{w}$ nên $b.(-1)-c.0=1 \quad \Rightarrow b=-1$ Viết lại đầy đủ ${}^R\mathbf{T}_A=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	0.5

Hết đáp án