

ĐHQG TP Hồ Chí Minh
Trường ĐH Bách Khoa
Khoa Cơ Khí
Bộ môn Thiết Kế máy

Đề thi MÔ HÌNH HÓA HÌNH HỌC

Ngày thi: 19-06-2012s

Thời gian: 60 phút

Được sử dụng tài liệu.

Câu 1. Cho các điểm $P_1(0, 0)$, $P_2(-1, 0)$ và $P_3(-1, 1)$. Xác định :

- 1) Xác định tiếp tuyến tại P_2 để nội suy đường spline tự nhiên.
- 2) Phương trình đường cong trên đoạn P_2P_3 . Tọa độ điểm khi $t = 1/2$.

Câu 2. Mặt cong tròn xoay được tạo bởi phép quay đường cong Bezier bậc ba, được xác định bằng 4 điểm điều khiển $(0, 0)$, $(1, 2)$, $(2, 2)$ và $(3, 0)$, chung quanh trục x. Xác định:

1. Phương trình tham số đường cong Bezier dạng ma trận.
2. Phương trình tham số mặt cong tròn xoay.
3. Tọa độ điểm trên mặt cong với $t = 1/2$ và $\theta = \pi$.

Câu 3. Viết phương trình tham số và tìm tọa độ hai điểm cuối của đoạn thẳng $A(1, 2)$ và $B(-1, -2)$ sau phép quét thẳng theo đường dẫn qua hai điểm $(0, 0, 0)$ và $(0, 0, 5)$ với tỉ lệ bằng $1/2$.

Cán bộ giảng dạy
Chủ nhiệm bộ môn

PGS. TS NGUYỄN HỮU LỘC
PGS. TS Phạm Huy Hoàng

Đáp án

Bài 1 (3đ)
a) Từ phép nhân:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1' \\ p_2' \\ p_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3(p_2 - p_1) \\ 3(p_3 - p_1) \\ 3(p_3 - p_2) \end{bmatrix}$$

Ta suy ra:
$$\begin{bmatrix} p_1' \\ p_2' \\ p_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -3 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7/12 & -1/6 & 1/12 \\ -1/6 & 1/3 & -1/6 \\ 1/12 & -1/6 & 7/12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -3 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_1' \\ p_2' \\ p_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5/4 & -1/4 \\ -1/2 & 1/2 \\ 7/4 & 5/4 \end{bmatrix}$$

Vậy tập hợp nghiệm tại p_2 là $p_2' = \begin{bmatrix} -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$

b) Phương trình trong $p_2 p_3$

$$p_2(t) = [t^3 + t^2 + 1] \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ -1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}$$

• $\text{chit} = 0,5$

$$p_2(0,5) = [0,5^3 + 0,5^2 + 0,5 + 1] \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ -1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3/32 & 13/32 \end{bmatrix}$$

Bài 2 (4đ)

a) Phương trình tham số dưới dạng Bezier dạng ma trận:

$$R(t) = [t^3 + t^2 + 1] \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

hoặc dạng tra đi thuận nhất

$$R(t) = [t^3 + t^2 + 1] \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b) Phương trình tham số một công thức đơn giản

$$P(t, \theta) = [t^3 \ t^2 \ t \ 1] \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Chọn $t = 0,5$ và $\theta = \pi$

$$P(1/2, \pi) = [0,5^3 \ 0,5^2 \ 0,5 \ 1] \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3/2 & -3/2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Câu 3 (3đ)

a) Phương trình theo s trong HB: $LA = A + (B-A)t$

$$\begin{cases} x(t) = 1 + (-1-1)t = 1-2t \\ y(t) = 2 + (-2-2)t = 2-4t \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

Phương trình theo s nếu quét AB theo trục dài với h^1 là $1/2$

$$P(t) = [1-2t \quad 2-4t \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5s & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1-2t}{2} & 1-2t & 5s & 1 \end{bmatrix}$$

Chọn $t=0, s=1 \Rightarrow P(0,1) = \begin{bmatrix} 1/2 & 1 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

Chọn $t=1, s=1 \Rightarrow P(1,1) = \begin{bmatrix} -1/2 & -1 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

tra lại:

$$P(0,1) = P(1/2, 1, 5)$$

$$P(1,1) = P(-1/2, -1, 5)$$