ĐHQG TP Hồ Chí Minh	**Đề thi MÔ HÌNH HÓA HÌNH HỌC**
Trường ĐH BÁCH KHOA	**Ngày thi: 24.12.2012**
Khoa Cơ Khí	**Thời gian: 60 phút**
Bộ môn THIẾT KẾ MÁY	**Được sử dụng tài liệu.**

Bài 1. Cho các điểm điều khiển $V_0(1, 0)$, $V_1(0, 0)$ và $V_2(0, -1)$

1. Xác định các điểm trên đường cong Bezier (xấp xỉ các điểm trên) theo giải thuật Casteljau khi t = 1/4, ½ và ¾ và vẽ đường cong.
2. Viết phương trình đường cong Bezier hữu t xấp xỉ các điểm trên với các trọng số $w_0 = 2$, $w_1 = 1$ và $w_2 = 1$. Chứng minh đường cong này là cung tròn.

Bài 2. Cho đường thẳng qua 2 điểm A(0, 0, 0) và B(2, 0, 3).

1. Phương trình tham số đường thẳng AB.
2. Phương trình tham số mặt cong tròn xoay khi xoay AB chung quanh trục x một góc α.

Mô hình hoá hình học

Đáp án

Bài 1

(1) Toạ độ các điểm

+ Điểm $P(0,25)$:

$V_0^1 = (1-t)V_0 + tV_1$

$V_0^1 = (1-0,25)(1,0) + 0,25(0,0) = (0,75, 0)$

$V_1^1 = (1-0,25)(0,0) + 0,25(0,-1) = (0,-0,25)$

$V_0^2 = (1-0,25)(0,75,0) + 0,25(0,-0,25) = (0,5625, -0,0625)$

$P(1/4) = (0,5625, -0,0625)$

+ Điểm $P(0,5)$

$V_0^1 = (1-0,5)(1,0) + 0,5(0,0) = (0,5, 0)$

$V_1^1 = (1-0,5)(0,0) + 0,5(0,-1) = (0,-0,5)$

$V_0^2 = (1-0,5)(0,5,0) + 0,5(0,-0,5) = (0,25, -0,25)$

$P(0,5) = (0,25, -0,25)$

+ Điểm $P(0,75)$

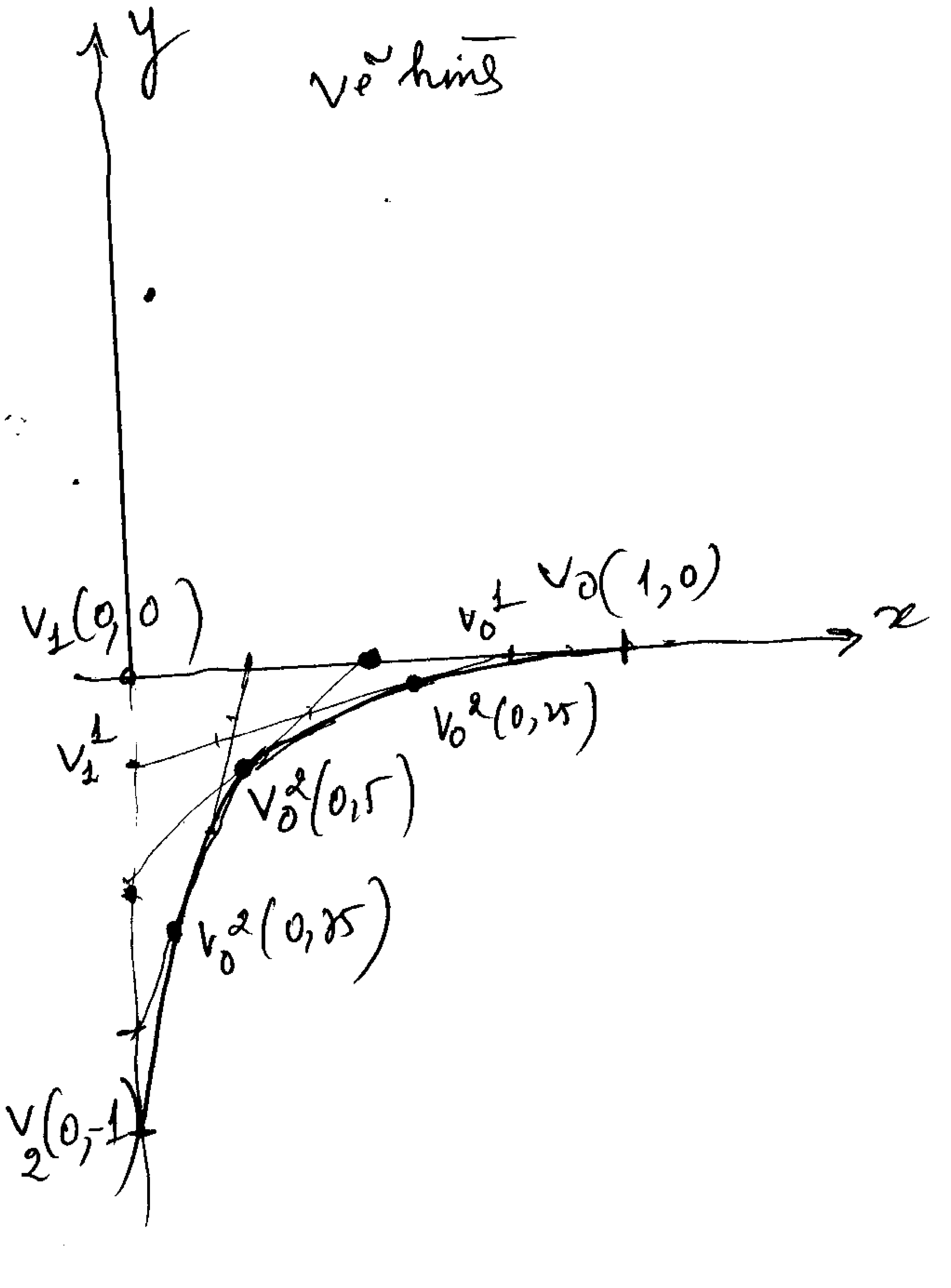
$V_0^1 = (1-0,75)(1,0) + 0,75(0,0) = (0,25, 0)$

$V_1^1 = (1-0,75)(0,0) + 0,75(0,-1) = (0,-0,75)$

$V_0^2 = (1-0,75)(0,25,0) + 0,75(0,-0,75) = (0,0625, -0,5625)$

$P(0,75) = (0,0625, -0,5625)$

vẽ hình



Bài 1

2 phương trình đường cong Bezier hữu tỉ:

$$P(t) = \frac{\sum_{i=0}^{n} B_{i,n}(t) w_i V_i}{\sum_{i=0}^{n} B_{i,n}(t) w_i}$$

Trong đó:

$$B_{i,n}(t) w_i V_i = B_{0,2}(t) w_0 V_0 + B_{1,2}(t) w_1 V_1 + B_{2,2}(t) w_2 V_2$$

$$= (1-t)^2 . 2 (1,0) + 2t(1-t).1(0,0) + t^2 . 1(0,-1)$$

$$= \left(2(1-t)^2, -t^2\right)$$

$$B_{i,n}(t) w_i = B_{0,2}(t) w_0 + B_{1,2}(t) w_1 + B_{2,2}(t) w_2$$

$$= (1-t)^2 . 2 + 2t(1-t).1 + t^2.1$$

$$= t^2 - 2t + 2 .$$

Suy ra

$$P(t) = \left(\frac{2(1-t)^2}{t^2-2t+2}, \frac{-t^2}{t^2-2t+2} \right)$$

Đặt:

$$\left(\frac{2(1-t)^2}{t^2-2t+2} - 1\right)^2 + \left(\frac{-t^2}{t^2-2t+2} + 1\right)^2 = \left(\frac{\left((1-t)^2-1\right)^2 + \left(2(1-t)\right)^2}{(t^2-2t+2)^2}\right)$$

$$= \frac{(1-t)^4 - 2(1-t)^2 + 4(1-t)^2 + 1}{\left((1-t)^2+1\right)^2}$$

$$= \frac{\left((1-t)^2+1\right)^2}{\left((1-t)^2+1\right)^2} = 1$$

Do đó đường cong Bezier hữu tỷ là cung tròn với bán kính $r = 1$ và tâm $x_0 = +1$, $y_0 = -1$.

Bài 2

a) phương trình tham số đường thẳng AB:

$$L(t) = A + (B-A)t$$

Khi đó:

$$\begin{cases} x(t) = x_A + (x_B - x_A)t \\ y(t) = y_A + (y_B - y_A)t \\ z(t) = z_A + (z_B - z_A)t \end{cases}$$

2

Thay thế tọa độ A và B vào ta có:

$$\begin{cases} x(t) = 0 + (2-0)t = 2t \\ y(t) = 0 + (0-0)t = 0 \\ z(t) = 0 + (3-0)t = 3t \end{cases}$$

2. Phương trình tham số mặt cong tròn xoay quanh trục x:

$$[T]^{\alpha}_{Rx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P(t) = [2t \quad 0 \quad 3t \quad 1]$$

$$P(t,\alpha) = P(t)\,[T]^{\alpha}_{Rx}$$

$$= [2t \quad 0 \quad 3t \quad 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P(t,\alpha) = [2t \quad -3t\sin\alpha \quad 3t\cos\alpha \quad 1]$$