Đại Học Bách Khoa Tp HCM
KHOA CƠ KHÍ
****

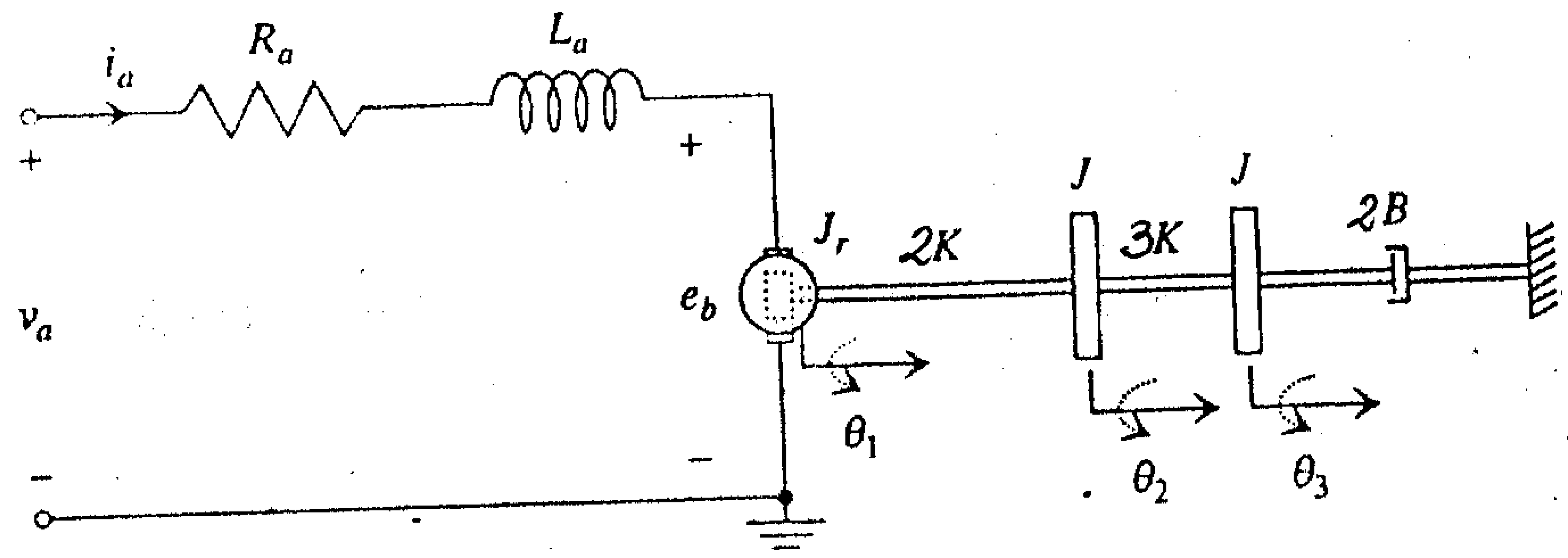
ĐỀ

ĐỀ THI
Môn: ĐỘNG LỰC HỌC HỆ CƠ ĐIỆN TỬ
Thời gian: 90 phút
Học viên được phép sử dụng tài liệu

BÀI 1 (3 điểm)

Xét một hệ thống cơ điện tử được trình bày ở hình bên. Giả thiết moment quán tính khối lượng độc cực của rô to là J_r và của hai đĩa giống nhau là J ; trục nối rô to với hai đĩa có độ cứng xoắn lần lượt bằng 2K và 3K, bắt song song với giảm chấn nhớt xoắn có hệ số là 2B. Các dịch chuyển góc của rô to và của hai đĩa lần lượt là θ_1, θ_2 và θ_3.

Hãy tìm các phương trình vi phân của hệ thống theo bốn tọa độ tổng quát θ_1, θ_2 , θ_3 và i_a. Biết rằng $e_b = K_e\dot{\theta}$; $T = K_t\, i_a$ và $T_L = 0$



BÀI 2: (6 điểm)

Một hệ thống cơ có phương trình chuyển động:

$$\begin{bmatrix} 1{,}25 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 50 & -20 \\ -20 & 20 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 20 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

1. Nhờ vào phương trình đặc tính $p(\omega) = \det (K - \omega^2 M) = 0$, hảy tính chu kỳ dao động tự do của cơ hệ, biết rằng dao động của hệ có chu kỳ $T_1 = 2\Pi / \omega_1$ và $T_2 = 2\Pi / \omega_2$.
2. Hãy tìm ma trận biến đổi (ma trận các vectơ riêng) Φ nhờ vào điều kiện $(K - \omega_i^2 M)\, \Phi_i = 0$ kiểm tra điều kiện trực chuẩn $\Phi^T M \Phi = I$ và $\Phi^T K \Phi = \Omega^2$.
3. Tìm nghiệm của hệ phương trình nhờ vào ma trận Φ , với các điều kiện ban đầu:
$^0u_1 = 0;$ $\quad$ $^0u_2 = 1$
$^0\dot{u}_1 = 0;$ $\quad$ $^0\dot{u}_2 = 0$

Chủ nhiệm bộ môn

TS. Phạm Huy Hoàng

TP HCM Ngày 9 tháng 1 năm 2012
Giáo viên ra đề
TS Nguyễn Tuấn Kiệt

Bài Giải:

Môn: Động lực học hệ cơ điện tử (9/1/2012)

Dự thính

Điểm thực tập thí nghiệm: 1 (một điểm)

Bài I (3 điểm)

Đối với mạch điện $\sum v_{ha} = 0 = v_{ra} + v_{La} + e_b - v_a$

Biết rằng $e_b = K_e \dot{\theta}_1$

$$R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_b = v_a$$

Hay $$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + K_e \dot{\theta}_1 = v_a$$

Đối với kết cấu cơ khí: Áp dụng phương trình mômen quanh tâm khối lượng theo phương dọc trục

$$\sum M_c = I_c \ddot{\theta}$$

$$T - T_L - [B_d]\{\dot{\theta}\} = [J]\{\ddot{\theta}\}$$

Biết rằng $T = K_t i_a$ và $T_L = 0$

Chúng ta có hệ nhiều bậc tự do:

Động năng $= \frac{1}{2} J_r \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}_3^2$

Thế năng $= \frac{1}{2}(2K)(\theta_2 - \theta_1)^2 + \frac{1}{2}(3K)(\theta_3 - \theta_2)^2$

Hàm tiêu hao $= \frac{1}{2}(2B)\dot{\theta}_3^2$

Do đó tìm được hệ phương trình vi phân của hệ thống

$$\begin{bmatrix} J_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \dot{i}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2B & 0 \\ K_t & 0 & 0 & L_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{i}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2K & -2K & 0 & -K_t \\ -2K & 5K & -3K & 0 \\ 0 & -3K & 3K & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ i_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_a \end{Bmatrix}$$

BÀI 2 (6 điểm):

a) Từ phương trình đặc tính $p(\omega) = \det(K - \omega^2 M) = 0$

$$\det\left[\begin{bmatrix} 50 & -20 \\ -20 & 20 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} 12{,}5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\right] = 25\omega^4 - 350\omega^2 + 600 = 0$$

Giải ra $\omega_1^2 = 2$; $\omega_2^2 = 12$

Chu kỳ dao động của hệ:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} = 4{,}44 \text{ sec}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{\sqrt{12}} = 1{,}81 \text{ sec}$$

b) Tìm ma trận biến đổi tỉ: $(K-\omega_i^2 M)\phi_i = 0$

với $\omega_1^2 = 2$ có $\phi_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1,25 \end{Bmatrix}$

với $\omega_2^2 = 12$ có $\phi_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -5 \end{Bmatrix}$

Dùng điều kiện trực chuẩn để có ϕ_i : $\phi_i^T K \phi_i = \omega_i^2$

- với ϕ_1 : $\alpha\{1 \quad 1,25\}\begin{bmatrix} 50 & -20 \\ -20 & 20 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \alpha \\ 1,25\alpha \end{Bmatrix} = 2$

giải ra $\alpha = \pm 0,253$ vậy $\{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 0,253 \\ 0,3162 \end{Bmatrix}$

- với ϕ_2 : $\beta\{1 \quad -5\}\begin{bmatrix} 50 & -20 \\ -20 & 20 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \beta \\ -5\beta \end{Bmatrix} = 12$

giải ra $\beta = \pm 0,1265$ vậy $\{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 0,1265 \\ -0,6325 \end{Bmatrix}$

Vậy $\phi = [\phi_1 \ \phi_2] = \begin{bmatrix} 0,253 & 0,1265 \\ 0,3162 & -0,6325 \end{bmatrix}$

Kiểm tra điều kiện trực chuẩn:

$$\phi^T M \phi = I = \begin{bmatrix} 0,253 & 0,3162 \\ 0,1265 & -0,6325 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 12,5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0,253 & 0,1265 \\ 0,3162 & -0,6325 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ đúng}$$

c) Tìm nghiệm của phương trình:

$$\ddot{x}(t) + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 12 \end{bmatrix} x(t) = \begin{bmatrix} 0,253 & 0,3162 \\ 0,1265 & -0,6325 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} 20 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5,0596 \\ 2,5298 \end{Bmatrix}$$

Tìm

$$\begin{Bmatrix} {}^0x_1 \\ {}^0x_2 \end{Bmatrix} = \phi^T M \begin{Bmatrix} {}^0u_1 \\ {}^0u_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,253 & 0,3162 \\ 0,1265 & -0,6325 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 12,5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,6325 \\ -1,2649 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} {}^0\dot{x}_1 \\ {}^0\dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \phi^T M \begin{Bmatrix} {}^0\dot{u}_1 \\ {}^0\dot{u}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Dùng tích phân Duhamel $x_i(t) = \frac{1}{\omega_i}\int_0^t r_i(t)\sin\omega_i(t-\tau)d\tau + \alpha_i \sin\omega_i t + \beta_i \cos\omega_i t$

Giải tìm được:

$x_1(t) = 2,5298\,[1-\cos\sqrt{2}t] + 0,6325\cos\sqrt{2}t$ với $\beta_1 = 0,6325;\ \alpha_1 = 0$

$x_2(t) = 0,2108\,[1-\cos\sqrt{12}t] - 1,2649\cos\sqrt{12}t$ với $\beta_2 = -1,2649;\ \alpha_2 = 0$

Đáp số:

$$u(t) = \phi\, x(t) = \begin{bmatrix} 0,253 & 0,1265 \\ 0,3162 & -0,6325 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} 2,5298 - 1,8973\cos\sqrt{2}t \\ 0,2108 - 1,4757\cos\sqrt{12}t \end{Bmatrix}$$