Trường Đại học Bách khoa TP.HCM
Đáp án kiểm tra học kỳ I, 2010 – 2011 (11 / 12 / 2010)
207701 – Cấu trúc người máy lập trình được

Câu 1 (3.5 điểm)

a. Xác định ${}^{R}_{A}\mathbf{T}$.

Khi quay xung quanh trục Y_R một góc -90^0, ta có

$$\mathbf{R}_Y(-90^0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (0.5\ đ)$$

Khi quay xung quanh trục X_R một góc 90^0, ta có

$$\mathbf{R}_X(90^0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (0.5\ đ)$$

Vậy sau khi thực hiện 2 bước quay theo thứ tự yêu cầu, ta có:

$${}^{R}_{A}\mathbf{T} = \mathbf{R}_X(90^0)\,\mathbf{R}_Y(-90^0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (0.5\ đ)$$

b. Xác định trục xoắn tương đương

Theo công thức xác định trục quay tương đương

$$\theta = \arccos\left(\frac{r_{11} + r_{22} + r_{33} - 1}{2}\right)$$

$$\hat{\mathbf{K}} = \frac{1}{2sin\theta}\begin{bmatrix} r_{32} - r_{23} \\ r_{13} - r_{31} \\ r_{21} - r_{12} \end{bmatrix}$$

Từ biểu thức ở câu a, ta có: $r_{11} = r_{22} = r_{33} = 0$; $r_{32} - r_{23} = 0$; $r_{13} - r_{31} = 0$; $r_{21} - r_{12} = 1$

Thế vào hai biểu thức trên, suy ra

$\theta = \arccos(-0.5)$, và chọn giá trị góc dương $\theta = 120^0$

$$\mathbf{K} = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1\\-1\\-1\end{bmatrix}$$ (0.5 đ)

c. Xác định ${}^B_A\mathbf{T}$.

$${}^B_A\mathbf{T} = {}^B_R\mathbf{T}\,{}^R_A\mathbf{T}$$

Ta có ${}^R_B\mathbf{T} = \begin{bmatrix}1&0&0&4\\0&1&0&6\\0&0&1&2\\0&0&0&1\end{bmatrix}$ suy ra ${}^B_R\mathbf{T} = \begin{bmatrix}1&0&0&-4\\0&1&0&-6\\0&0&1&-2\\0&0&0&1\end{bmatrix}$ và thế vào biểu thức trên. (0.5 đ)

$${}^B_A\mathbf{T} = \begin{bmatrix}1&0&0&-4\\0&1&0&-6\\0&0&1&-2\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&-1&0\\-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0&0&-1&-4\\-1&0&0&-6\\0&1&0&-2\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$ (0.5 đ)

d. Xác định ${}^B\mathbf{p}$ – mô tả tọa độ của điểm P trong hệ {B}.

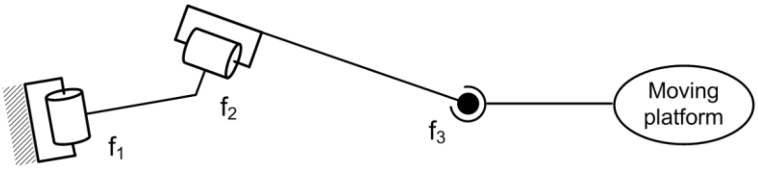
$${}^B\mathbf{p} = \begin{bmatrix}0&0&-1&-4\\-1&0&0&-6\\0&1&0&-2\\0&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-5\\-7\\-1\\1\end{bmatrix}$$ (0.5 đ)

Câu 2 (2.0 điểm)

a. Nêu vài đặc điểm cấu tạo của robot này. (0.5 đ)

- Robot song song
- Dẫn động bằng động cơ điện
- Làm việc trong không gian

b. Vẽ sơ đồ động học thể hiện mối liên kết khâu – khớp cho một chân. (0.5 đ)



c. Viết công thức tính bậc tự do và giải thích tất cả các thành phần trong công thức.

Theo công thức Grubler/Kutzbach

$$F = \lambda(n - j - 1) + \sum_{i=1}^{j} f_i$$

với *F:* số bậc tự do của cơ cấu

f_i: số chuyển động tương đối cho phép bởi khớp i

j: tổng số khớp trong cơ cấu

n: tổng số khâu trong cơ cấu (kể cả khâu cố định)

λ: số bậc tự do của không gian mà cơ cấu hoạt động (0.5 đ)

d. Áp dụng công thức ở trên và tính số bậc tự cho cơ cấu robot.

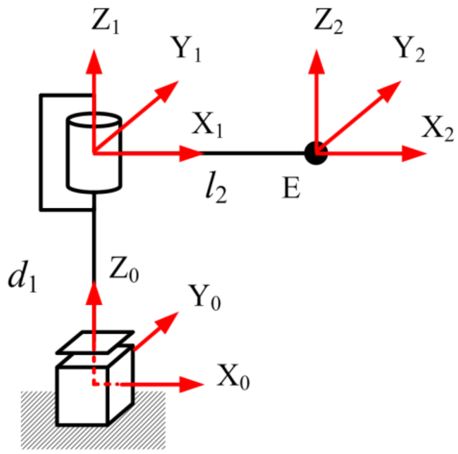
$f_1 = 1$; $f_2 = 1$; $f_3 = 3$

$j = 9$; $n = 8$; $\lambda = 6$

Áp dụng công thức trên, suy ra $F = 6(8 - 9 - 1) + 3(1 + 1 + 3) = 3$ (0.5 đ)

Câu 3 (3.5 điểm)

a. Thiết lập hệ tọa độ cho khâu 1 (0.5 đ)



b. Lập bảng các thông số D-H

Với các hệ tọa độ được thiết lập ở câu a.

- Điền đầy đủ 4 tham số D-H của khâu 1 (0.5 đ)
- Điền đầy đủ 4 tham số D-H của khâu 2 (0.5 đ)

i	α_i	a_i	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	0
2	0	l_2	0	θ_2

c. Xác định biểu thức tọa độ điểm E (^0x_E, ^0y_E, ^0z_E)

- Thiết lập đúng $^0\mathbf{T}_1$ và $^1\mathbf{T}_2$ (0.5 đ)

$$^0\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad ^1\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & l_2\cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & l_2\sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Từ đó, ta có:

(0.25 đ)

$$^0\mathbf{T}_2 = {}^0\mathbf{T}_1\, {}^1\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & l_2\cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & l_2\sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Do điểm E chính là gốc tọa độ của {2}, nên tọa độ điểm E trong hệ tọa độ {0} là:

$$^0x_E = l_2\cos\theta_2$$
$$^0y_E = l_2\sin\theta_2$$
$$^0z_E = d_1$$

(0.25 đ)

d. Xác định giá trị các biến khớp

Từ lời giải trong bài tóan thuận ở trên, ta có

$$d_1 = z_E$$
$$\theta_2 = \arctan\left(\frac{^0y_E}{l_2}, \frac{^0x_E}{l_2}\right)$$

(0.5 đ)

và điều kiện để nghiệm của bài toán ngược luôn luôn tồn tại là:

$$y_E^2 + y_E^2 = l_2^2$$

(0.5 đ)

Câu 4 (1.0 điểm)

Theo định nghĩa, ma trận Jacobian ${}^{0}\mathbf{J}(\theta)$ được biểu diễn như sau:

$$ {}^{0}\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial z}{\partial \theta_2} & \frac{\partial z}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} $$

(0.25 đ)

Từng thành phần trong ma trận trên là đạo hàm từng phần các thành phần *x*, *y*, và *z*.
Đạo hàm thành phần *x* theo các biến khớp, ta có:

$$ \frac{\partial}{\partial \theta_1} x = -l_3 \sin(\theta_1) \cos(\theta_2 + \theta_3) - l_2 \sin(\theta_1) \cos(\theta_2) $$

$$ \frac{\partial}{\partial \theta_2} x = -l_3 \cos(\theta_1) \sin(\theta_2 + \theta_3) - l_2 \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) $$

$$ \frac{\partial}{\partial \theta_3} x = -l_3 \cos(\theta_1) \sin(\theta_2 + \theta_3) $$

(0.25 đ)

Đạo hàm thành phần *y* theo các biến khớp, ta có:

$$ \frac{\partial}{\partial \theta_1} y = l_3 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2 + \theta_3) + l_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) $$

$$ \frac{\partial}{\partial \theta_2} y = -l_3 \sin(\theta_1) \sin(\theta_2 + \theta_3) - l_2 \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) $$

$$ \frac{\partial}{\partial \theta_3} y = -l_3 \sin(\theta_1) \sin(\theta_2 + \theta_3) $$

(0.25 đ)

Đạo hàm thành phần *z* theo các biến khớp, ta có:

$$ \frac{\partial}{\partial \theta_1} z = 0 $$

$$ \frac{\partial}{\partial \theta_2} z = -l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) - \cos(\theta_2)\, l_2 $$

$$ \frac{\partial}{\partial \theta_3} z = -l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) $$

(0.25 đ)